

Tentamen Integrerend project systeemtheorie,  
19 januari 2009

Het tentamen bestaat uit 4 vraagstukken. U krijgt 180 minuten om deze vraagstukken te beantwoorden. U moet de antwoorden beargumenteren. De puntenwaardering kunt u vinden aan het einde van de vraagstukken.

1. Een niet-lineair ingangs/uitgangs-systeem is gegeven door de vergelijkingen

$$\begin{aligned}\ddot{x} + k(x^2 - 1)\dot{x} + x &= u \\ y &= x\end{aligned}$$

waarin  $k > 0$  een constante is,  $u$  de ingangsvariabele en  $y$  de uitgangsvariabele. Van dit systeem is  $(x, \dot{x}, u) = (0, 0, 0)$  een evenwicht.

- a. Schrijf het systeem in de vorm van een niet-lineair toestandsruimte-systeem  $\mathcal{L}$ .
- b. Bepaal de linearisatie van  $\mathcal{L}$  om het gegeven evenwicht.
- c. Ga na of het gelineariseerde systeem asymptotisch stabiel is (met  $u = 0$ ).
- d. Is het gelineariseerde systeem regelbaar? Is het waarneembaar?

2. Zij

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a. Laat zien dat  $(A, B)$  stabiliseerbaar is.
- b. Bepaal een stabiliserende terugkoppeling.

3. Beschouw het systeem

$$\Sigma : \dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx$$

met

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0).$$

- Is  $\Sigma$  regelbaar?
- Is  $\Sigma$  waarneembaar?
- Is  $\Sigma$  stabiliseerbaar?
- Is  $\Sigma$  detecteerbaar?
- Bestaat er een waarnemer van de vorm  $\dot{\hat{x}} = P\hat{x} + Qu + Ry$ ?
- Bestaat er een stabiliserende terugkoppeling van  $y$  naar  $u$ ? Zo ja, bepaal zo'n terugkoppeling

4. Beschouw het systeem

$$\Sigma : \dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx$$

met

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0 \ 0).$$

- Bepaal de transferfunctie van  $\Sigma$ .
- Bepaal de impulsresponsie-functie  $K(t) = Ce^{At}B$
- Bestaan er waarden van  $a$  waarvoor het systeem asymptotisch stabiel is?

**Puntenwaardering:**

Vraagstuk 1: 25  
Vraagstuk 2: 15  
Vraagstuk 3: 30  
Vraagstuk 4: 20  
10 punten gratis.